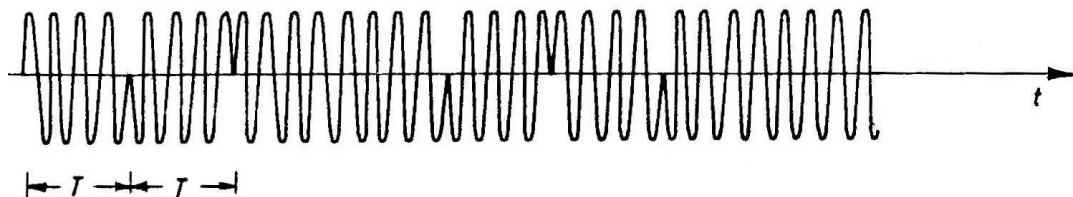


# Prenos digitalnih signala modulisanim nosiocem (3)

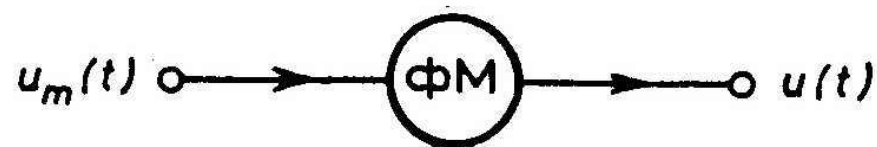
- Sistemi prenosa sa PSK
  - BPSK i koherentna demodulacija
  - QPSK i koherentna demodulacija
  - DPSK
  - Vjerovatnoća greške za PSK sisteme
- Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

# Sistemi prenosa sa PSK

- ❑ Značajan parametar sinusoidalnog nosioca je njegova faza.
- ❑ U idealnim uslovima ovakav signal ima konstantnu amplitudu i učestanost, trajanje signalizacionih intervala je konstantno,
- ❑ Relativna faza nosioca u signalizacionim intervalima uzima diskretne vrijednosti iz jednog konačnog skupa kojim se opisuje prenošena poruka.
- ❑ Sistemi sa faznom modulacijom našli su vrlo široku primjenu u prenosu poruka radio-relejnim i drugim radio-vezama.
- ❑ Ovaj tip modulacije pod određenim uslovima ima neke osobine koje ga stavljaju ispred ostalih tipova modulacije.
  - zahtijevana vršna snaga je manja od snage u  $M$ -arnom ASK sistemu,
  - širina potrebnog opsega učestanosti za prenos može biti manja od one koja se traži u FSK sistemima,
  - sama realizacija je često jednostavna,
  - sistemi sa faznom modulacijom mogu da budu manje osjetljivi na izobličenja nastala u prenosu.
- ❑ Po svojoj prirodi fazna modulacija kao i frekvencijska modulacija predstavlja nelinearan proces.



# Sistemi prenosa sa PSK



- Može se pokazati da, pod određenim uslovima, fazno modulirani nosilac predstavlja dva u kvadraturi amplitudski modulirana signala sa dva bočna opsega.
- Često se govori i o PSK-ASK sistemu.
- Neka je digitalni signal u osnovnom opsegu učestanosti koji treba prenijeti opisan izrazom:

$$u_m(t) = \sum_{k=-N}^N a_k \Pi(t - kT)$$

$$\Pi(t - kT) = \begin{cases} 1, & kT - \frac{T}{2} \leq t \leq kT + \frac{T}{2} \\ 0, & \text{ostale vrijednosti } t \end{cases}$$

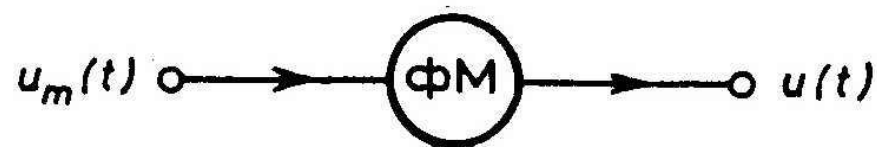
$$a_k = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$$

- Ako se modulišući signal  $u_m(t)$  dovede na ulaz faznog modulatora na izlazu iz modulatora se dobija PSK signal predstavljen izrazom:

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t - c_\varphi u_m(t)] =$$

$$U_0 \cos\left[\omega_0 t - \sum_{k=-N}^N \varphi_k \Pi(t - kT)\right]$$

# Sistemi prenosa sa PSK



- $\omega_0 = 2\pi f_0$  je konstantna učestanost nosioca,  $U_0$  njegova konstantna amplituda, a parametar  $\varphi_k$  je nosilac poruke i u  $k$ -tom signalizacionom intervalu ima jednu od diskretnih vrijednosti

$$\varphi_k = \Phi_i = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M\}, \quad \sum_{i=1}^M \Phi_i = 2\pi$$

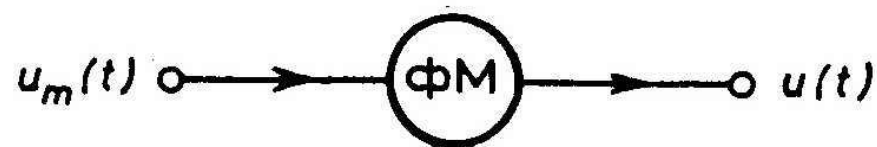
$$\varphi_k = c_\varphi a_k = c_\varphi s_i$$

- $c_\varphi$  predstavlja konstantu faznog modulatora.
- Zahvaljujući specijalnom obliku funkcije  $\Pi(t)$ , važi sledeći identitet:

$$\begin{aligned} u(t) &= U_0 \cos \left[ \omega_0 t - \sum_{k=-N}^N \varphi_k \Pi(t - kT) \right] \equiv \sum_{k=-N}^N U_0 \Pi(t - kT) \cos(\omega_0 t - \varphi_k) = \\ &= \left[ \sum_{k=-N}^N U_0 \Pi(t - kT) \cos \varphi_k \right] \cos \omega_0 t + \left[ \sum_{k=-N}^N U_0 \Pi(t - kT) \sin \varphi_k \right] \sin \omega_0 t \end{aligned}$$

- Ovaj izraz pokazuje da je  $u(t)$  zbir dva ASK-2BO signala čiji su nosioci u kvadraturi. Spektar svakog od njih je neograničen, jer su takvi i spektri modulišućih signala.

# Sistemi prenosa sa PSK



Sistemi prenosa sa BPSK i koherentnom demodulacijom

□ Neka binarni polarni modulišući signal

$$u_m(t) = U_0 \sum_{k=-N}^N a_k \Pi(t - kT), \quad a_k = \{-1, 1\}$$

□ fazno moduliše sinusoidalni nosilac. Tada će se na njegovom izlazu dobiti signal oblika:

$$u(t) = U_0 \sum_{k=-N}^N a_k \Pi(t - kT) \cos \omega_0 t$$

□ Zahvaljujući pomenutom svojstvu funkcije  $\Pi(t)$ , može se napisati:

$$u(t) = U_0 \cos \left[ \omega_0 t - \sum_{k=-N}^N \varphi_k \Pi(t - kT) \right], \quad \varphi_k = \{0, \pi\}$$

□ Kako faza uzima jednu od dvije moguće vrijednosti, a  $\Pi(t)$  ima vrijednost 1 u dijelu gdje postoji, to je najprostiji oblik BPSK signala:

$$u(t) = \pm U_0 \cos \omega_0 t$$

# Sistemi prenosa sa PSK

Sistemi prenosa sa BPSK i koherentnom demodulacijom

□ Ako se ovakav signal u prijemniku dovede na ulaz produktnog demodulatora, (koherentna demodulacija), na izlazu iz demodulatora se dobija demodulisani signal oblika:

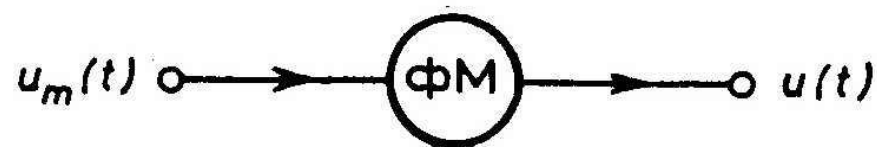
$$u_D(t) = U_0 \sum_{k=-N}^N a_k \Pi(t - kT)$$

□ BPSK je, sa aspekta performansi, identičan sa slučajem prenosa binarnog ASK-2BO signala, pa sve što je tamo rečeno važi i ovdje, uključujući i izraze za vjerovatnocu greške.

$$P_{e\min} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T}}$$

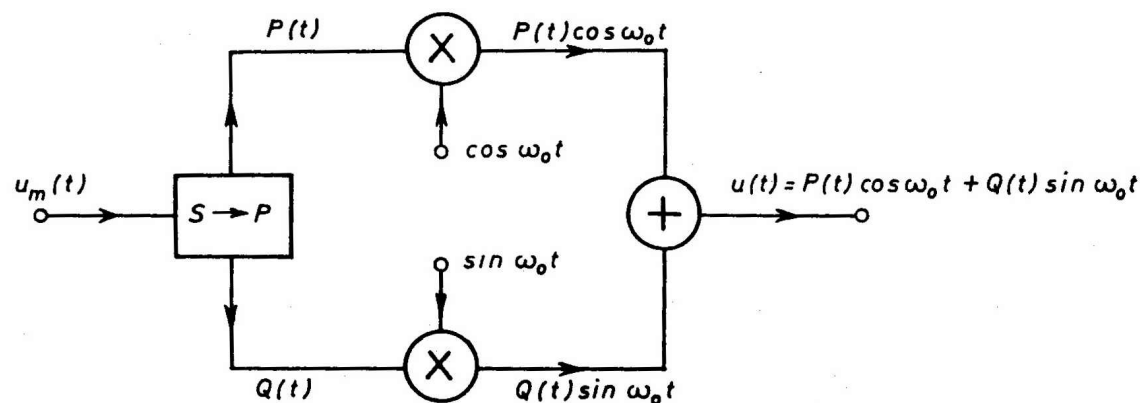
□ Sa povećanjem broja nivoa ovo više ne važi!

# Sistemi prenosa sa PSK



Sistemi prenosa sa QPSK i koherentnom demodulacijom

- Kvaternarna fazna modulacija je višenivovski postupak modulacije kojim se uvećava broj mogućih značajnih stanja u signalu (QPSK ima 4 značajna stanja).
- Zahvaljujući činjenici da se povećava broj nivoa, štedi se na potrebnoj širini sistema za prenos i povećava se brzina prenosa.
- Binarna povorka  $u_m(t)$  koju treba prenijeti pretvara se u konvertoru "serije u paralelu" u dvije binarne povorke na sledeći način:
  - Povorka  $P(t)$  se obrazuje od neparnih bita iz povorke  $u_m(t)$  i ona predstavlja polarni binarni signal čije je trajanje signalizacionog intervala dva puta duže od trajanja signalizacionog intervala  $T$  u povorci  $u_m(t)$ .
  - Povorka  $Q(t)$  se obrazuje od parnih bita povorke  $u_m(t)$  i ona predstavlja polarni binarni signal čije je trajanje signalizacionog intervala jednako  $2T$ .



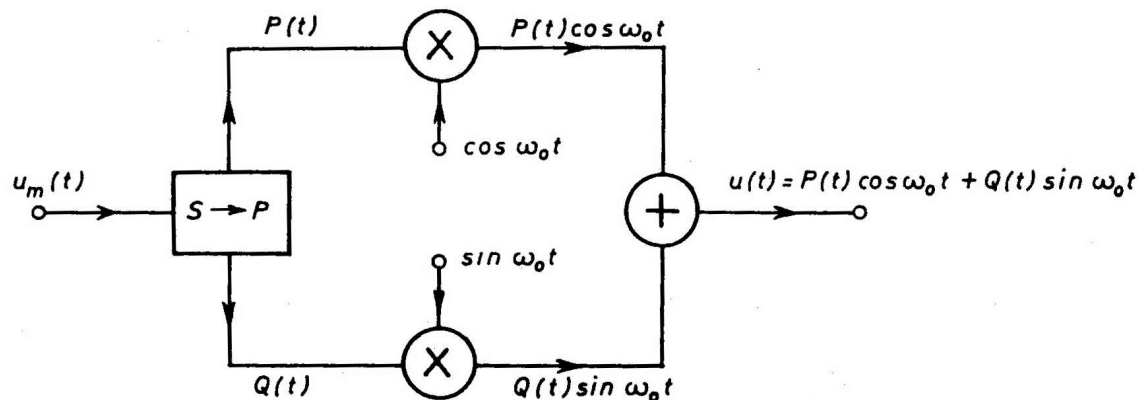
# Sistemi prenosa sa PSK

Sistemi prenosa sa QPSK i koherentnom demodulacijom

□ Svaka povorka u modulatoru moduliše odgovarajući nosilac, tako da se dobijaju dva u kvadraturi ASK-2BO signala. Sabrani u kolu za sumiranje, oni daju kvaternarni PSK signal.

$$u(t) = P(t)\cos \omega_0 t + Q(t)\sin \omega_0 t$$

□ Pošto su  $P(t)$  i  $Q(t)$  polarni binarni signali, oni mogu da imaju vrijednost  $+U_0$  ili  $-U_0$ . Stoga su moguće četiri različite kombinacije vrijednosti pojedinačnih povorki koje se predstavljaju fazorskim dijagramima.

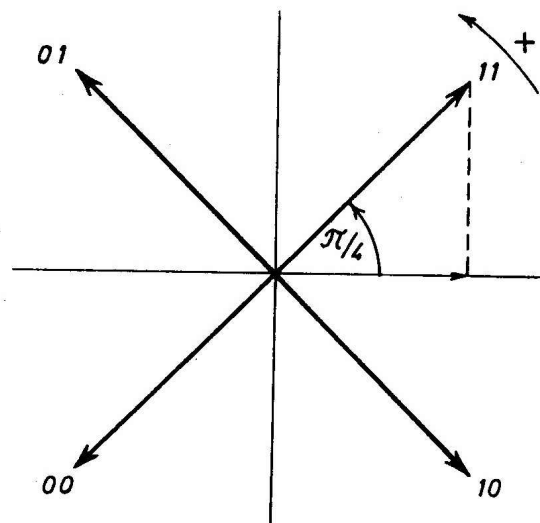




# Sistemi prenosa sa PSK

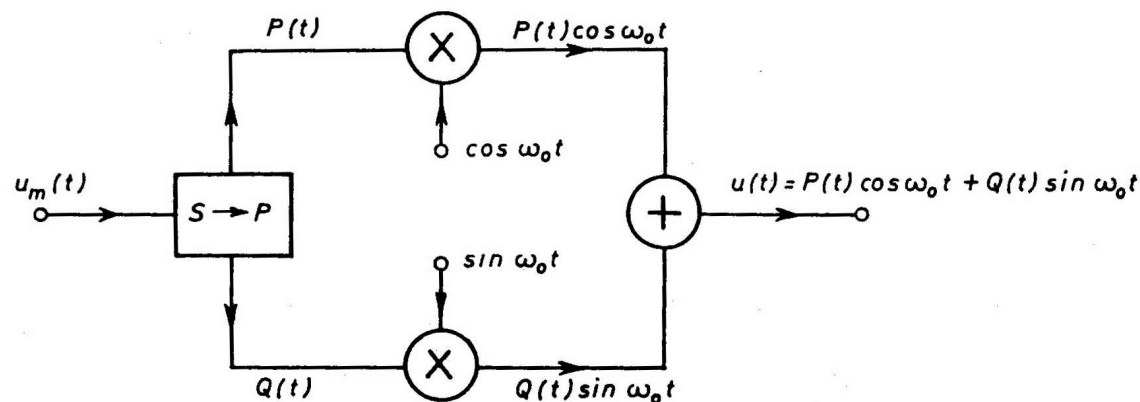
## Sistemi prenosa sa QPSK i koherentnom demodulacijom

$P(t)$	$Q(t)$	Binarna kombinacija
$U_0$	$U_0$	1 1
$U_0$	$-U_0$	1 -1
$-U_0$	$U_0$	-1 1
$-U_0$	$-U_0$	-1 -1



□ Fazori su jednakog intenziteta, ali različitih faza, pa izraz za QPSK signal može da se napiše u obliku:

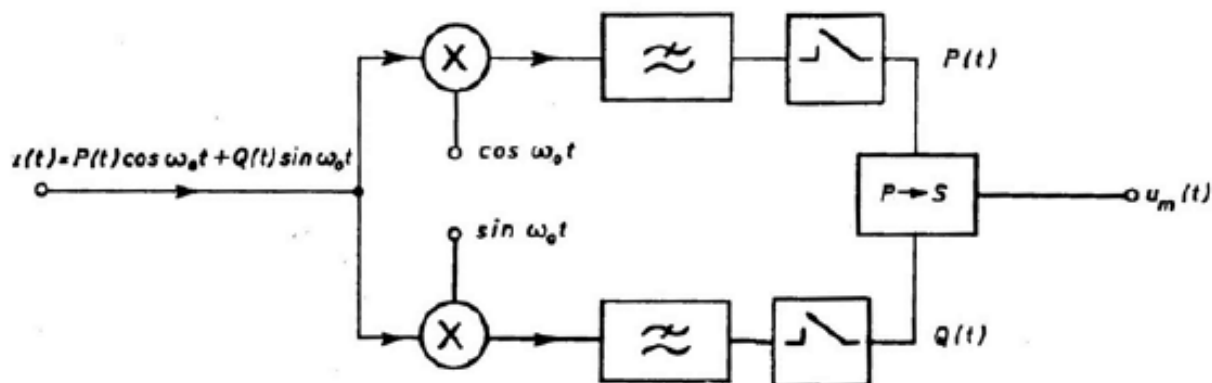
$$u_{QPSK}(t) = \text{Re} \left\{ \sqrt{2} U_0 e^{j(\omega_0 t - \varphi_i)} \right\} = \sqrt{2} U_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_i), \quad \varphi_i = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$



# Sistemi prenosa sa PSK

Sistemi prenosa sa QPSK i koherentnom demodulacijom

□ Što se tiče demodulacije QPSK signala ona se obavlja prema šemi sa slike.



□ Kao što se vidi koherentnom demodulacijom se dobijaju povorke  $P(t)$  i  $Q(t)$  koje se preko konvertora "paralela-u-seriju" pretvaraju u poslani signal  $u_m(t)$ .

□ Na kraju treba naglasiti da je propusni opseg učestanosti sistema u kojem se prenose binarni fazno modulisani signali **dva puta širi** od propusnog opsega sistema u kome se sa jednakim ekvivalentnim binarnim protokom prenose kvaternarni fazno modulisani signali.

□ Na sličan način, samo sa nešto komplikovanijim šemama, se mogu realizovati M-arni PSK sistemi.

# Sistemi prenosa sa PSK

## DPSK

- Diferencijalna fazna modulacija predstavlja jedno specijalno rješenje u prenosu digitalnih signala faznom modulacijom.
- Njena osnovna prednost je ta što za demodulaciju diferencijalno fazno moduliranih signala nije potreban lokalni nosilac u prijemniku.
- Diferencijalno fazno modulirani signal predstavlja kombinaciju diferencijalnog kodiranja i fazne modulacije. Dobija se na sledeći način:
- Neka je binarni unipolarni signal koji treba prenijeti  $u'_m(t)$  predstavljen odgovarajućom povorkom "1" i "0". Na osnovu ove povorke generiše se povorka diferencijalno kodiranog signala kojoj odgovara signal  $u_m(t)$ . Kodiranje se vrši na sledeći način:
  - prvi bit u povorci je proizvoljan, 1 ili 0;
  - dalje, svakoj 0 originalne povorke odgovara u diferencijalno kodiranoj povorci promijenjeno stanje u odnosu na stanje iz prethodnog intervala, dok svakoj 1 iz originalne povorke odgovara nepromijenjeno stanje u odnosu na stanje u njenom prethodnom značajnom intervalu.
- Ako se dobijena povorka opiše binarnim polarnim signalom  $u_m(t)$  i ako se on dovede na produktni modulator kao modulišući signal, na njegovom izlazu će se dobiti diferencijalno fazno modulirani signal  $u(t)$ . U njemu, binarnoj 1 odgovara faza  $\Phi=0$ , a binarnoj 0 faza  $\Phi=\pi$ .

# Sistemi prenosa sa PSK

## DPSK

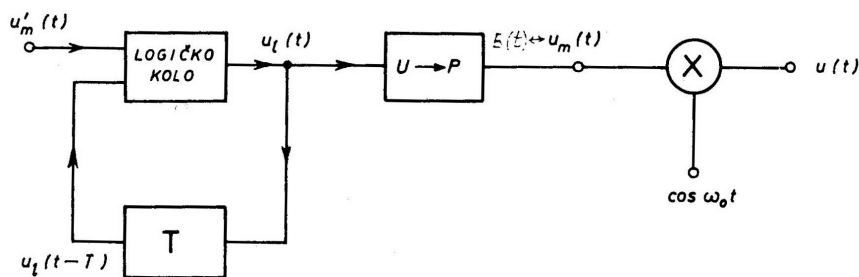
□ Ovaj sklop radi na sledeći način:

- ako signal  $u'_m(t)$  koji se direktno dovodi na logičko kolo i signal  $u_l(t-T)$  koji dolazi na logičko kolo preko kola za kašnjenje  $T$  (kašnjenje  $T$  je ravno trajanju jednog signalizacionog intervala) predstavljaju istu binarnu cifru u posmatranom signalizacionom intervalu (obije cifre su 1 ili su obije cifre 0), onda se na izlazu iz logičkog kola dobija unipolarni signal  $u_l(t)$  koji u tom intervalu predstavlja binarnu 1;
- u protivnom dobija se signal koji odgovara binarnoj 0.
- Dobijeni signal  $u_l(t)$  je *diferencijalno kodirani signal*.
- On se zatim transformiše u *polarni* signal  $u_m(t)$  kojim se moduliše nosilac.

□ Na izlazu iz modulatora tada se dobija *diferencijalno fazno modulisan signal*  $u(t)$  jednak:

$$u_{DPSK}(t) = u(t) = \frac{u_m(t)}{U} U_0 \cos \omega_0 t, \quad U = const.$$

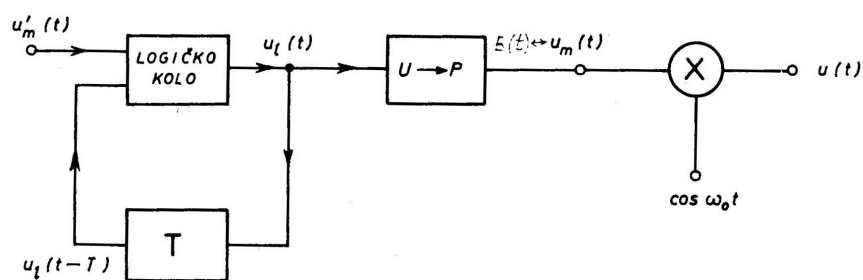
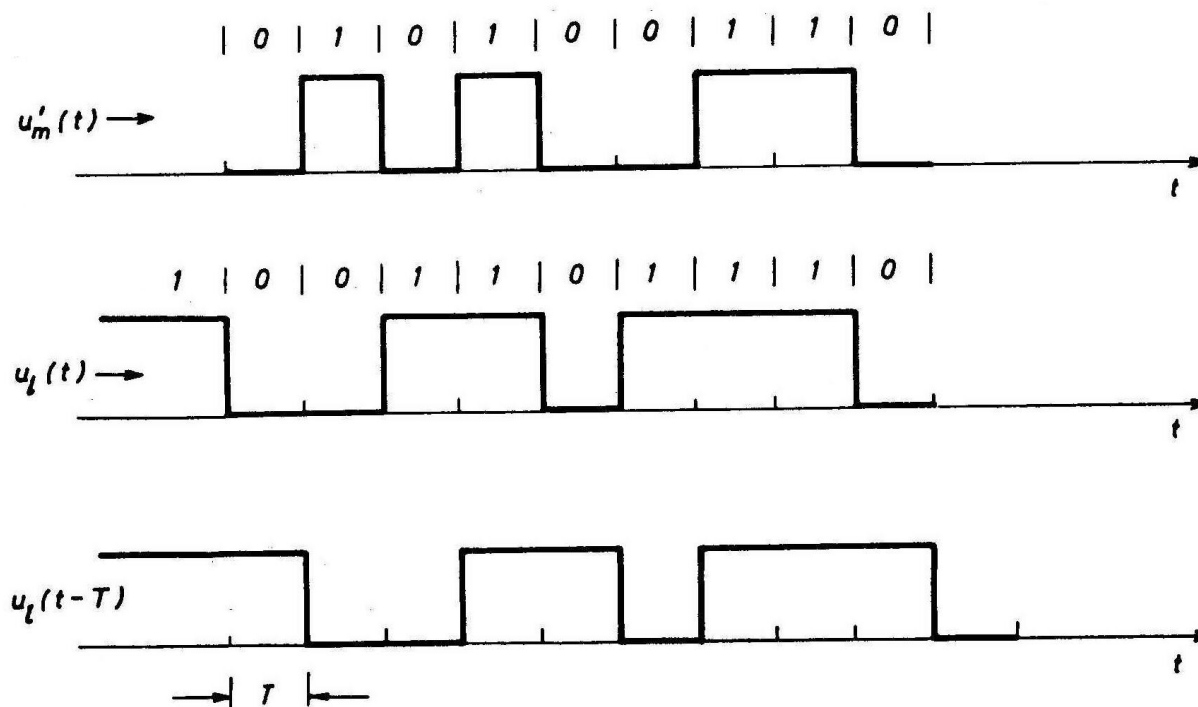
□  $u_m(t)$  u trenutku odabiranja ima vrijednost  $+U$  ili  $-U$ , pa i dobijeni DPSK signal ima dvije moguće vrijednosti faze.



# Sistemi prenosa sa PSK

## DPSK

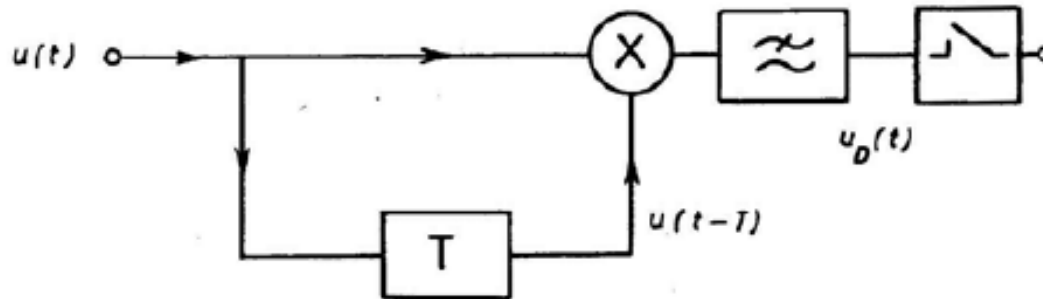
□ Talasni oblici signala koji su karakteristični u procesu formiranja diferencijalno kodiranog signala prikazani su na slici.



# Sistemi prenosa sa PSK

## DPSK

□ Demodulacija diferencijalno fazno modulisanog signala obavlja se prema šemi sa slike.



□ Na jedan ulaz produktog demodulatora dovodi se signal  $u(t) = u_{DPSK}(t)$ , a na drugi ulaz isti taj signal pomjeren u vremenu za iznos trajanja jednog signalizacionog intervala  $T$ . Na taj način, pošto se filtrom propusnikom niskih učestanosti odstrane komponente iz opsega oko učestanosti  $2\omega_0$  dobija se demodulisani signal:

$$u_D(t) \propto u_m(t)u_m(t-T) \frac{U_0^2}{U^2} \cos \omega_0 T$$

□ Ako se  $\omega_0$  i  $T$  izaberu tako da je  $\omega_0 T = n\pi$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , onda će demodulisani signal  $u_D(t)$  uvijek imati najveću, bilo pozitivnu, bilo negativnu, vrijednost.

# Sistemi prenosa sa PSK

## Vjerovatnoća greške za PSK sisteme

□ Izrazi za vjerovatnoću greške se mogu izvesti za slučaj prenosa poruka fazno modulisanim nosiocem i koherentnom demodulacijom.

□ Neka je idealni fazno modulisan signal opisan u nekom signalizacionom intervalu izrazom:

$$u_s(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i), \quad 0 \leq t \leq T$$

□  $\varphi_i$  predstavlja značajan parametar signala i može da ima jednu od vrijednosti:

$$\varphi_i = \frac{2\pi i}{M}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

□ Demodulacija ovog signala se obavlja koherentnim demodulatorom. To je sklop koji u stvari mjeri fazu u toku trajanja signalizacionog intervala  $T$  na osnovu čega se donosi odluka.

□ Neka se signalu na ulazu u demodulator superponira uskopojasni Gaussov šum čija je srednja vrijednost 0 varijansa  $\sigma^2$ . Tada će na ulazu u demodulator suma signala i šuma biti:

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i) + n_c(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_i) + n_s(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_i), \quad 0 \leq t \leq T$$

# Sistemi prenosa sa PSK

Vjerovatnoća greške za PSK sisteme

□ Ovaj izraz može da se predstavi i u sledećem obliku:

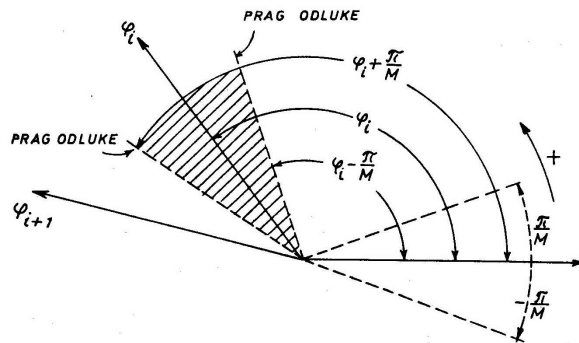
$$u(t) = V(t)\cos[\omega_0 t + \varphi_i - \theta(t)] = V(t)\cos[\omega_0 t + \alpha(t)]$$

□ Faza složenog talasnog oblika  $u(t)$  može da se prikaže:

$$\alpha(t) = \varphi_i + \arctg \frac{n_s(t)}{U_0 + n_c(t)} = \varphi_i + \theta(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

□ Na osnovu faze primljenog signala se donosi odluka o poslatom ignalu. Ona se sastoji od dvije komponente. Prva je faza signala u posmatranom intervalu da nema šuma, a druga komponenta faze usled prisutnog šuma.

□ Pošto je ugao od 0 do  $2\pi$  ravnomjerno podijeljen na  $M$  dijelova, to je sa slike jasno da će do greške u odlučivanju doći uvijek kada demodulator izmjeri fazu  $\alpha(t)$  koja se za poslato  $\varphi_i$  nalazi izvan granica



$$\varphi_i - \frac{\pi}{M} \leq \alpha(t) \leq \varphi_i + \frac{\pi}{M}$$



# Sistemi prenosa sa PSK

Vjerovatnoća greške za PSK sisteme

□ Imajući u vidu da je  $\alpha(t)$  data izrazom:

$$\alpha(t) = \varphi_i + \theta(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

□ dobija se da će se pogrešna odluka donositi uvijek kada dodatna faza izazvana šumom  $\theta(t)$  bude izvan granica

$$-\frac{\pi}{M} \leq \theta(t) \leq \frac{\pi}{M}$$

□ Vjerovatnoća greške u prenosu poruka  $M$ -arnom faznom modulacijom i koherentnom demodulacijom biće:

$$P_e = 1 - \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} p_\theta(\theta) d\theta$$

□ Funkcija gustine vjerovatnoće faze sume signala i šuma je:

$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-A'_N} \left[ 1 + \sqrt{4\pi A'_N} \cos \theta e^{A'_N \cos^2 \theta} \Phi\left(\sqrt{2A'_N} \cos \theta\right) \right], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$A'_N = \frac{U_0^2}{2\sigma^2}$$

# Sistemi prenosa sa PSK

## Vjerovatnoća greške za PSK sisteme

□ Zamjenom ovog izraza u integral za izračunavanje vjerovatnoće greške u opštem slučaju se ne može riješiti u zatvorenom obliku, već se do rješenja može doći grafičkom ili numeričkom integracijom. Izuzetak od ovog čine slučajevi u kojima je  $M=2$  i  $M=4$ .

□ Tako se za slučaj binarne fazne modulacije i koherentne demodulacije nalazi da vjerovatnoća greške iznosi:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{A'_N} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma}$$

□ Ako se ovaj izraz uporedi sa izrazom za vjerovatnoću greške pri prenosu ASK sistemom i koherentnom demodulacijom, vidi se da su oni isti. Isto tako, dobijeni izraz je jednak izrazu za vjerovatnoću greške u prenosu poruka binarnim polarnim signalima u osnovnom opsegu učestanosti.

□ U slučaju kvaternarne modulacije i koherentne demodulacije, za vjerovatnoću greške se dobija:

$$P_e = 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} \right)^2 = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} - \left( \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} \right)^2$$

□ Treba istaći da dobijeni izraz za vjerovatnoću greške predstavlja vjerovatnoću greške po simbolu, po kvaternarnom digitu, i  $A'_N$  u ovom izrazu se odnosi na taj kvaternarni sistem koji se posmatra.

# Sistemi prenosa sa PSK

## Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

- Da bi se sistemi za prenos digitalnih signala mogli međusobno uporediti potrebno je izabrati kriterijume prema kojima će se vršiti poređenje. Ako se usvoji da taj kriterijum bude vjerovatnoća greške u prenosu do koje dolazi usled uticaja slučajnog šuma, tj. boljim će se smatrati onaj sistem u kome je za jednake odnose signal/šum na ulazu u prijemnik vjerovatnoća greške manja.
- Pod odnosom signal/šum  $A_N'$  podrazumijevaće se odnos *srednje snage signala na ulazu u prijemnik* i *srednje snage šuma u toj istoj tački* a u opsegu učestanosti koji je brojno jednak ekvivalentnom binarnom protoku:

□

$$A_N' = \frac{P_S'}{N_0' B_T}$$

- U ovom izrazu  $P_S'$  je srednja snaga signala,  $N_0'$  je spektralna gustina srednje snage slučajnog šuma definisana za pozitivne učestanosti, a  $B_T$  predstavlja ekvivalentni binarni protok izražen u bitima u sekundi.

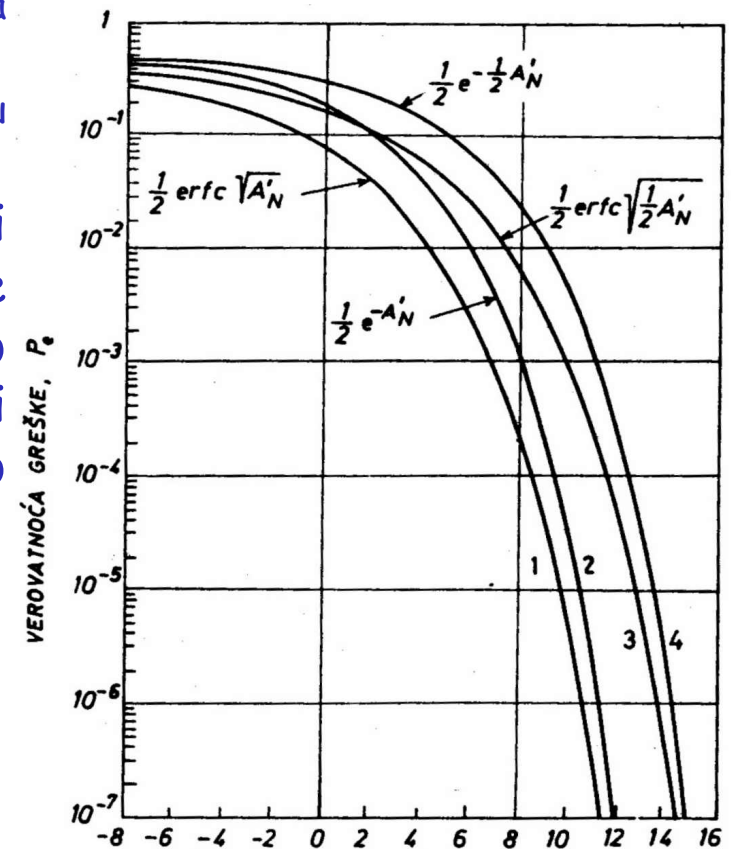
# Sistemi prenosa sa PSK

Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

□ Svi obrasci za izračunavanje vjerovatnoće greške  $P_e$  koji su izvedeni mogu se pod određenim uslovima izraziti u funkciji odnosa  $A_N'$ . Ti uslovi su sledeći:

- Smatraće se da sve greške potiču isključivo usled prisustva aditivnog, bijelog Gaussovog šuma na ulazu uprijemnik,
- Cijeli sistem je optimalno dimenzionisan u smislu minimizacije vjerovatnoće greške.

□ U ovim okolnostima vjerovatnoća greške zavisi isključivo od odnosa  $A_N'$ , odnosno, od odnosa srednje snage signala na ulazu u prijemnik koja je direktno srazmjerna srednjoj snazi na izlazu iz predajnika i snage šuma u opsegu učestanosti koji je brojno jednak ekvivalentnom binarnom protoku.



# Sistemi prenosa sa PSK

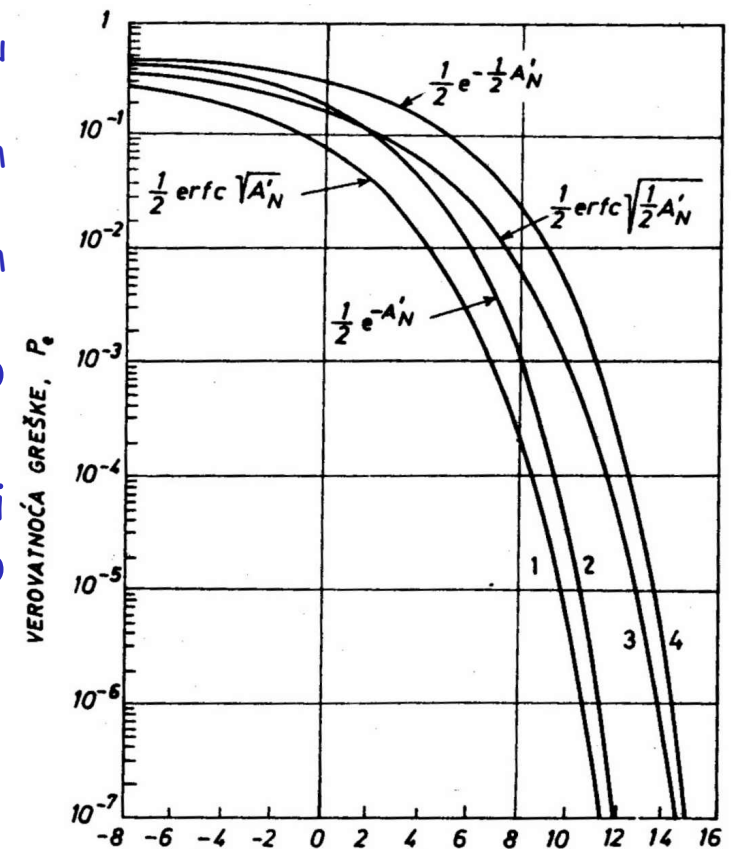
Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

□ *Kriva 1* predstavlja vjerovatnoću greške koja važi za sledeće slučajeve:

- za sistem u kome se prenose binarni polarni signali u osnovnom opsegu učestanosti;
- za sistem prenosa sa ASK i koherentnom demodulacijom u kome je nosilac modulisan binarnim polarnim signalom;
- za sistem prenosa sa binarnom PSK i koherentnom demodulacijom;
- za sistem prenosa sa kvaternarnom PSK i koherentnom demodulacijom.

□ Pri ovom,  $P_e$  predstavlja vjerovatnoću greške po bitu.

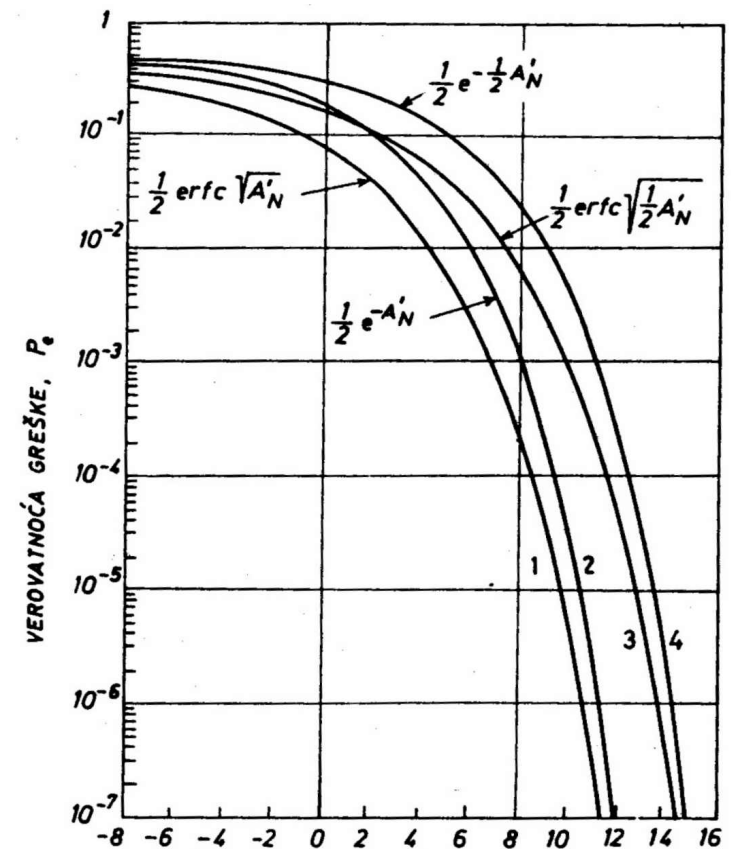
□ *Kriva 2* predstavlja vjerovatnoću greške pri prenosu poruka binarnim diferencijalno fazno moduliranim signalom.



# Sistemi prenosa sa PSK

## Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

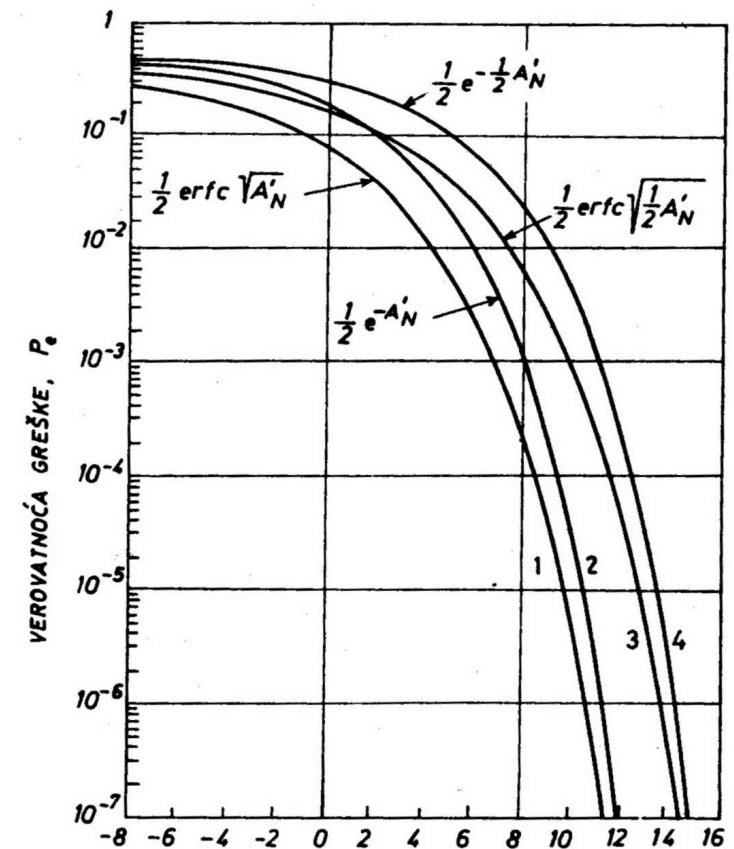
- **Kriva 3** predstavlja vjerovatnoću greške u sledećim slučajevima:
  - u sistemu u kome se prenose binarni unipolarni signali u osnovnom opsegu učestanosti;
  - za sistem prenosa sa ASK i koherentnom demodulacijom u kome se prenose binarni signali tipa »sve ili ništa«;
  - u sistemu prenosa sa binarnom FSK i koherentnom demodulacijom.
- **Kriva 4** predstavlja vjerovatnoću greške u dva slučaja:
  - u sistemu prenosa sa FSK i nekoherentnom demodulacijom;
  - u sistemu prenosa sa ASK i nekoherentnom demodulacijom u kome se prenose signali tipa »sve ili ništa«, ali pod uslovom da je u ovom poslednjem slučaju odnos signal/šum dovoljno velik (veći od 12 dB).



# Sistemi prenosa sa PSK

## Poređenje sistema za prenos digitalnih signala

- Sa ovih dijagrama se vidi da je u sistemima prenosa kojima odgovara kriva 3 potrebno da snaga signala bude dva puta, odnosno, za 3 dB veća od snage u sistemima kojima odgovara kriva 1, pa da vjerovatnoća greške  $P_e$  bude jednaka.
- Treba još zapaziti i to da za vrlo male vrijednosti vjerovatnoće greške, potrebne snage signala u sistemima kojima odgovaraju krive 1 i 2 kao i u sistemima kojima odgovaraju krive 3 i 4, vrlo se malo razlikuju.



# Ispitna pitanja

- Sistemi prenosa sa PSK
  - BPSK i koherentna modulacija
  - QPSK i koherentna modulacija
  - DPSK
  - Vjerovatnoća greške za PSK sisteme
- Poređenje sistema za prenos digitalnih signala